ОП1

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

Том V

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

5

МОСКВА · 1967

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА
JOURNAL OF NUCLEAR PHYSICS
т. 5, вып. 5, 1967

ВЫСШИЕ ПАРЦИАЛЬНЫЕ ВОЛНЫ В НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОМ $\pi\pi$-РАССЕЯНИИ

И. И. ОРЛОВ. Ю. В. ПАРФЕНОВ

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ СО АН СССР

(Поступила в редакцию 9 марта 1966 г.; после переработки 22 сентября 1966 г.)

В рамках дифференциального метода получены уравнения для волн s, p, d и f в задаче низкоэнергетического $\pi\pi$-рассеяния; для этой цели получено спектральное представление для амплитуды с фиксированным параметром $x = tu$. Обсуждается применение конформного преобразования. В заряженном случае за счет учета f^0-мезона ширина ρ-мезона может увеличиться на 30—35 *Мэв*.

1. Введение

В работах [1–4] при рассмотрении задачи $\pi\pi$-рассеяния использовался дифференциальный метод. В работе [5] обсуждались решения уравнений, которые учитывали только s- и p-волны. Анализ этих уравнений показал возможность существования в p-волне резонанса (ρ-мезон) с шириной $\Gamma_\rho \leqslant 50$ *Мэв*. Экспериментальное значение ширины существенно больше полученной. Там же (см. [5]) было высказано предположение о возможном возрастании верхнего предела Γ_ρ в случае учета высших парциальных волн. В данной работе предложен метод учета высших волн и получено ограничение на ширину ρ-мезона.

Дифференциальный метод обычно применяется к одномерным спектральным представлениям, которые получаются из двойных представлений Мандельстама при фиксировании некоторой переменной, например $\cos\theta$ (θ — угол рассеяния) или t — передачи импульса. Уравнения, полученные из представлений с фиксированным $\cos\theta$, не обеспечивают правильного поведения парциальных амплитуд на пороге без наложения дополнительных условий. С другой стороны, в уравнениях, полученных из представлений с $t = \text{const}$, можно добиться правильного порогового поведения амплитуд, но тогда возникают условия на бесконечности, обеспечивающие допустимый рост амплитуд при больших энергиях. При дифференциальном подходе кроссинг-симметрия амплитуд рассеяния нарушается, поскольку мы учитываем конечное число парциальных волн. Сравнение с теорией возмущений позволяет понять характер нарушения кроссинг-соотношений.

Недостатком указанных выше способов получения уравнений является тот факт, что эти уравнения уже в λ^2-порядке не согласуются с теорией возмущений. Кроме того, из-за симметрии задачи $\pi\pi$-рассеяния при фиксировании переменной, линейно связанной с $\cos\theta$, возникают некоторые условия согласования четных и нечетных производных амплитуд рассеяния по фиксированной переменной.

Чтобы избежать большинства из указанных выше недостатков, в данной работе использовалось одномерное спектральное представление с фиксированным $x = tu$.

В плоскости Мандельстама фиксированному x, в отличие от фиксированных t и $\cos\theta$, соответствуют гиперболы при малых x, лежащие вне области двойных спектральных функций и переходящие в пару пересекающихся прямых при $x = 0$.

Уравнения, полученные на основе представления с фиксированным x, в λ^2-порядке согласуются с теорией возмущений, обладают правильным пороговым поведением, и при их получении не возникает условий согласования на производные. Уравнения, используемые в данной работе, при наличии дополнительных условий обладают самосогласованными падающими асимптотиками. Использование конформного преобразования резко уменьшает число налагаемых условий и не меняет свойств уравнений вблизи порога. Применение этих уравнений к взаимодействию заряженных мезонов позволяет сделать интересные выводы о влиянии f^0-мезона на ρ-мезон.

2. Дисперсионное представление амплитуды

Ниже будем рассматривать рассеяние нейтральных мезонов (см. также разделы 3 и 4). В дальнейшем будут использованы обозначения работы [6].

Обычно при получении одномерных спектральных представлений исходят из двойных представлений Мандельстама. Такие представления, например, использовались в работах [1, 5] ($\cos\theta = \text{const}$). Трудности (см. Введение), связанные с использованием однократных представлений при фиксированном косинусе угла рассеяния или передаче импульса, не возникают, если использовать представление при фиксированном $x = lu$. В этом случае из двойного представления Мандельстама [7] следует одномерное спектральное представление для амплитуды:

$$A(z,x) = \frac{1}{\pi}\int_1^\infty dz' \frac{\operatorname{Im} A(z',x)}{z'-z} + \frac{1}{\pi}\int_{1+x/8}^\infty dz' \Big\{ \operatorname{Im} A\Big[\frac{1}{2}(z'-1) + \frac{1}{2}\sqrt{(z'+1)^2 - x};\ -2(z'-1)(z'+1) + 2(z'-1) \times \sqrt{(z'+1)^2 - x}\Big](z'+z)^{-1}\Big\}. \quad (1)$$

Уравнение для парциальных волн ниже будем получать с помощью дифференцирования представления (1) по фиксированному параметру. Благодаря тому, что x пропорционально $(z-1)^2$ и является четной функцией косинуса, уравнения для парциальных волн будут обладать преимуществами, перечисленными во Введении.

3. Уравнения для s- и d-волн

Нас интересует амплитуда рассеяния $A(z, x)$ в области низких энергий. Поэтому, как обычно [5], будем использовать двухчастичное условие унитарности, и, кроме того, в амплитуде удержатся лишь s- и d-волны. Из условий кроссинг-симметрии ряд Лежандра для амплитуды рассеяния не содержит нечетных гармоник.

В рамках указанных приближений использование дифференциального метода [1] при $x = 0$ приводит к следующим уравнениям для s- и d-волн:

$$A_0(z) = \frac{1}{\pi}\int_1^\infty dz' \left[\frac{1}{z'-z} + \frac{1}{z'+z}\right][\operatorname{Im} A_0(z') + 5 \operatorname{Im} A_2(z')] - 5A_2(z),$$

$$A_2(z) = \frac{(z-1)^2}{\pi}\int_1^\infty dz' \frac{\operatorname{Im} A_2(z')}{(z'-z)(z'-1)^2} - \quad (2)$$

$$
-\frac{(z-1)^2}{\pi}\int_1^\infty dz'\frac{\operatorname{Im}A_2(z')}{(z'+z)(z'^2-1)}+
$$

$$
+\frac{(z-1)^2}{30\pi}\int_1^\infty dz'\frac{2z'+z+1}{(z'+1)^2(z'+z)^2}[\operatorname{Im}A_0(z')+5\operatorname{Im}A_2(z')];
$$

$$
\operatorname{Im}A_l(z+i0)=k(z)\,|A_l(z)|^2. \tag{3}
$$

где

$$
l=0,2,\quad k(z)=\left(\frac{z-1}{z+1}\right)^{1/2}.
$$

Из (2) видно, что $A_2(z)$ обладает правильным пороговым поведением. Правильное пороговое поведение d-волны получается и при использовании дисперсионных соотношений с фиксированным t, чего нет при фиксированном $\cos\theta$.

4. Сравнение с теорией возмущений

Рассмотрим в (2) поведение амплитуды в околопороговой области. Нормируем на пороге амплитуду на λ. Проведем в уравнениях (2), (3) одну итерацию; тогда вблизи порога получаем разложение

$$
\begin{gathered}
A_{0\,\text{и. у.}}(z)\approx\lambda+\frac{\lambda^2}{\pi}\left\{\frac{8}{3}y+\frac{52}{45}y^2+\frac{248}{315}y^3+\frac{116}{189}y^4+\ldots\right\},\\
A_{2\,\text{и. у.}}(z)\approx\frac{\lambda^2}{\pi}\left(\frac{2}{15}\right)^2\left\{y^2+\frac{8}{7}y^3+\frac{25}{21}y^4+\ldots\right\},
\end{gathered}\tag{4}
$$

где

$$
y=(z-1)/(z+1).
$$

Соответствующее разложение в теории возмущений с лагранжианом взаимодействия

$$
\mathscr{L}_{\text{вз}}=\frac{4}{3}\pi\lambda:\varphi^4:
$$

имеет вид

$$
\begin{gathered}
A_{0\,\text{т. в.}}(z)=\lambda+\frac{\lambda^2}{\pi}\left\{\frac{8}{3}y+\frac{52}{45}y^2+\frac{248}{315}y^3+\frac{956}{1575}y^4+\ldots\right\},\\
A_{2\,\text{т. в.}}(z)=\frac{\lambda^2}{\pi}\left(\frac{2}{15}\right)^2\left\{y^2+\frac{8}{7}y^3+\frac{53}{49}y^4+\ldots\right\}.
\end{gathered}\tag{5}
$$

Из сравнения (4) и (5) видно, что разложения совпадают вплоть до y^3. В работе [6], где учитывалась только s-волна, отличие от теории возмущений было уже в коэффициентах при y^2.

Отклонение $A_{0\,\text{и.у.}}$ от $A_{0\,\text{т.в.}}$ при $\nu\sim6{,}5$ в работе [6] достигает 15%. В наших уравнениях (4) $A_{0\,\text{и.у.}}$ отличается от $A_{0\,\text{т.в.}}$ в той же точке на 3%. Поэтому сравнение с теорией возмущений показывает, насколько хорошо приближенные кроссинг-соотношения аппроксимируют точные в области низких энергий.

Нетрудно видеть, что учет каждой следующей волны исправляет, по сравнению с теорией возмущений, коэффициенты у двух следующих степеней y.

Если исходить из спектрального соотношения с фиксированным t, то разложение, аналогичное (4), содержит неверные коэффициенты уже при

y^2. В дифференциальном методе используются приближенные кроссинг-соотношения. Поэтому сравнение с теорией возмущений показывает, насколько точно сделана эта аппроксимация.

5. Конформное преобразование. Уравнения для *s*- и *d*-волн

Из уравнений (2) видно, что падающие асимптотики возможны лишь при наложении ряда дополнительных условий на $A_0(z)$ и $A_2(z)$ на бесконечности. В дифференциальном методе (см. раздел 3) мы пользуемся разложением амплитуды в ряд Тейлора

$$A(z,x) = \sum_k \frac{x^k}{k!}\left(\frac{\partial^k A(z,x)}{\partial x^k}\right)_{x=0}. \tag{6}$$

Этот ряд имеет конечный радиус сходимости [8], поэтому ограничение несколькими членами этого ряда в области достаточно больших z является некорректным. Пусть $\omega(z, x)$ — некоторое конформное отображение [2, 8] разрезанной плоскости x. Тогда (6) принимает вид

$$A(z,x) = \sum_k \frac{\omega^k(z,x)}{k!}\left(\frac{\partial^k A(z,x)}{\partial \omega^k}\right)_{\omega=0}. \tag{7}$$

Ряд (7) сходится при всех физических значениях $\cos\theta$ и z. От выбора конкретного вида преобразования $\omega(z, x)$ зависит лишь скорость сходимости ряда. Общим свойством конформных преобразований $\omega(z, x)$ является то, что вблизи порога $\omega \sim x$. Это означает, что преобразование ω эффективно перестраивает ряд в области больших значений z, где первоначальный ряд расходится, и оставляет его прежним в околопороговой области. Наиболее быстрая сходимость достигается при отображении всей плоскости на круг [2]. Следуя дифференциальному методу, из (1), применяя конформное преобразование $\omega(z, x)$, вместо (2) получаем следующие уравнения:

$$A_0(z) = \frac{1}{\pi}\int_1^\infty dz'\left[\frac{1}{z'-z} + \frac{1}{z'+z}\right][\operatorname{Im} A_0(z') + D_2^0(z')\operatorname{Im} A_2(z')] - $$
$$- D_2^0(z)A_2(z), \tag{8а}$$

$$A_2(z) = \frac{D_2(z)}{\pi}\int_1^\infty dz'\left\{\frac{\operatorname{Im} A_2(z')}{(z'-z)D_2(z')} - \frac{(z'-1)\operatorname{Im} A_2(z')}{(z'+1)(z'+z)D_2(z')} - \right.$$
$$\left. - \frac{2z'+z+1}{4(z'+1)^2(z'+z)^2}[\operatorname{Im} A_0(z') + D_2^0(z')\operatorname{Im} A_2(z')]\right\}; \tag{8б}$$

$$\operatorname{Im} A_l(z+i0) = k(z)\,|A_l(z)|^2, \quad l = 0, 2, \tag{9}$$

$$D_l(z) = \left(\frac{\partial x}{\partial \omega}\right)_{\omega=0}\frac{1}{2}\int_{-1}^{1} dc\,P_l(c)\,\omega(z,x), \quad l = 0, 2,$$
$$D_2^0(z) = -D_0(z)/D_2(z). \tag{10}$$

Уравнения (8) и (2) вблизи порога обладают одинаковым поведением. В λ^2-приближении для уравнений (8) приходим к выражению (4); это является следствием свойства конформного преобразования вблизи порога.

Рассмотрим теперь допустимое поведение $A_0(z)$ и $A_2(z)$ при больших значениях z для уравнений (8) и (2).

Отобразим левую полуплоскость $\operatorname{Re}(\cos^2\theta) < (1+4/(z-1))^2$ в единичный круг; тогда

$$\omega(z,x)=\frac{x}{\tau+x},\quad \tau=16(z+1), \tag{11}$$

при этом функции $D_l(z)$ при больших z ведут себя следующим образом:

$$D_0(z)\approx 16z\left(1-\frac{8\ln z}{z}\right),\quad D_2(z)\approx -128\ln z. \tag{12}$$

Система (8) допускает следующее поведение амплитуд при больших z:

$$A_0(z)\sim\frac{\alpha_0}{z^2},\quad A_2(z)\sim\frac{\alpha_2\ln z}{z^3}, \tag{13}$$

при этом мы требуем выполнения условия

$$\int\limits_1^\infty dz'\left\{\frac{\operatorname{Im}A_2(z')}{D_2(z')}+\frac{z'-1}{z'+1}\frac{\operatorname{Im}A_2(z')}{D_2(z')}+\right.$$
$$\left.+\frac{\operatorname{Im}A_0(z')+D_2(z')\operatorname{Im}A_2(z')}{4(z'+1)^2}\right\}=0. \tag{14}$$

Коэффициенты α_0 и α_2 выражаются через интегралы в следующем виде:

$$\alpha_0=-\frac{16}{\pi}\int\limits_1^\infty z'^2dz'\left\{\frac{\operatorname{Im}A_2}{D_2}+\frac{z'-1}{z'+1}\frac{\operatorname{Im}A_2}{D_2}-\right.$$
$$\left.-\frac{\operatorname{Im}A_0+D_2^0\operatorname{Im}A_2}{4(z'+1)^2}\right\}+\frac{6}{\pi}\int\limits_1^\infty z'dz'\frac{\operatorname{Im}A_0+D_2^0\operatorname{Im}A_2}{(z'+1)^2},$$

$$\alpha_2=\frac{128}{\pi}\int\limits_1^\infty z'^2dz'\left\{\frac{2z'\operatorname{Im}A_2}{D_2(z'+1)}-\frac{\operatorname{Im}A_0+D_2\operatorname{Im}A_2}{4(z'+1)^2}\right\}-$$
$$-\frac{64}{\pi}\int\limits_1^\infty z'dz'\frac{\operatorname{Im}A_0+D_2^0\operatorname{Im}A_2}{(z'+1)^2}. \tag{15}$$

Из (15) следует, что $\alpha_0>0$, а $\alpha_2<0$. Если же требовать выполнения условия (14), то уравнение (8б) допускает наиболее быстрое падение на бесконечности:

$$A_2(z)\approx\frac{\ln z}{z}\,\mathrm{const}, \tag{15a}$$

но в уравнении (8а) член $D_2^0(z)A_2(z)$ в этом случае выходит на константу Λ и $A_0(z)$ не может падать при $z\to\infty$. Эту константу Λ, но с противоположным знаком можно ввести в представление Мандельстама (1), а следовательно, в (8а).

Тогда система (8) будет обладать асимнтотиками вида

$$A_0(z)\approx\frac{\beta\ln z}{z},\quad A_2(z)\approx\frac{\beta\ln z}{z} \tag{16}$$

и

$$A_0(z)\approx\frac{\beta_0}{\ln z},\quad A_2(z)\approx\frac{\beta\ln z}{z}. \tag{17}$$

При этом, как и в работе [6], $\beta_0=\pi/2$, а коэффициент β определяется интегралом

$$\beta=\frac{128}{\pi}\int\limits_1 dz'\left[\frac{2z'\operatorname{Im}A_2}{D_2(z')(z'+1)}+\frac{\operatorname{Im}A_0(z')+D_2(z')\operatorname{Im}A_2(z')}{4(z'+1)}\right]. \tag{18}$$

Коэффициент Λ, о котором говорилось выше, просто связан с β: $\Lambda = \beta/8$.

Заметим, что в (16) знаки A_0 и A_2 совпадают. Рассмотрение асимптотического поведения показывает, что учет d-волны в реальной части амплитуды рассеяния не меняет логарифмическую ветвь решения нейтральной модели [6], однако учет d-волны существенно сказывается на степенной ветви.

Применение конформного преобразования с использованием дополнительного условия приводит к более быстрому падению амплитуд на бесконечности. Далее, в системе (2) не удается добиться падения амплитуд введением константы, что возможно в системе (8) (см. [7]).

6. Уравнения в заряженном случае

Аналогично нейтральному случаю (см. раздел 2) для амплитуд $B^i(z, x)$ получаем однократные спектральные представления при фиксированном $x = tu$:

$$B^i(z,x) = \frac{1}{\pi}\int_1^\infty dz' \frac{\operatorname{Im} B^i(z',x)}{z'-z} + \frac{b_{ij}}{\pi}\int_{1+x/8}^\infty dz' \frac{r_i p_j \operatorname{Im} B^j(\tilde{z},\tilde{x})}{z'+z}. \qquad (19)$$

Здесь использованы следующие обозначения:

$$b_{ij} = \delta_{ij} + l_i n_j, \quad l_0 = -1/3, \quad l_1 = -1/18, \quad l_2 = 1/6, \qquad (20)$$

$$n_0 = 2, \quad n_1 = 9, \quad n_2 = -5;$$

$$r_0 = r_2 = p_0 = p_2 = 1, \quad r_1 = \Omega^{-1}(z', x), \quad p_1 = \varkappa(z', x),$$

$$\tilde{z} = \frac{1}{2}(z'-1) + \frac{1}{2}\sqrt{(z'+1)^2 - x},$$

$$\tilde{x} = -2(z'^2-1)[1 - \sqrt{(z'+1)^2 - x}], \qquad (21)$$

$$\varkappa = \frac{2(z'-1)+(z'+1)(1-\Omega)}{2(z'-1)-(z'+1)(1-\Omega)}, \qquad \Omega = \sqrt{1 - \frac{x}{(z'+1)^2}}.$$

Амплитуды B^i связаны с обычными изотопамплитудами

$$B^{0,2} = A^{0,2}, \quad \cos\theta B^1 = A^1. \qquad (22)$$

На основе уравнения (19) и используя конформное преобразование $\omega(z, x)$, с помощью дифференциального метода получаем в заряженном случае уравнения для волн s, p, d и f. Система уравнений имеет следующий вид:

$$W^i(z) = \frac{1}{\pi}\int_1^\infty dz' \left\{ \frac{\operatorname{Im} W^i(z')}{z'-z} + \frac{b_{ij} \operatorname{Im} W^j(z')}{z'+z} \right\},$$

$$W_i(z) = \frac{1}{\pi}\int_1 dz' \frac{\operatorname{Im} W_j(z')}{z'-z} - \frac{b_{ij}}{\pi}\int_1 dz' \left(\frac{z'-1}{z'+1}\right) \frac{\operatorname{Im} W_j(z')}{z'+z} - \qquad (23)$$

$$- \frac{b_{ij}}{4\pi}\int_1^\infty dz' \frac{\operatorname{Im} W^j(z')}{(z'+1)(z'+z)} \left[\frac{1}{z'+z} + (-1)^i \frac{1}{z'+1}\right] -$$

$$- \frac{b_{i1}}{2\pi}\int_1 dz' \frac{\operatorname{Im} W^1(z')}{(z'^2-1)(z'+z)},$$

где $i, j = 0, 1, 2$. При этом

$$W^{0,2}(z) = A_0^{0,2}(z) + D_2^0(z) A_2^{0,2}(z), \qquad (24)$$

$$W^1(z) = 3A_1^1(z) + D_3^1(z) A_3^1(z), \tag{25}$$

$$W_{0,2} = \frac{1}{D_2(z)} A_2^{0,2}(z), \quad W_1(z) = \frac{1}{D_3(z)} A_3^1(z); \tag{26}$$

$$D_s(z) = \left(\frac{\partial x}{\partial \omega}\right)_{\omega=0} \int_0^1 dc P_s(c)\,\omega(z,x), \quad s = 0, 2,$$

$$D_p(z) = \left(\frac{\partial x}{\partial \omega}\right)_{\omega=0} \int_0^1 dc P_p(c)\,c\,\omega(z,x), \; p = 1, 3, \tag{27}$$

$$D_2^0(z) = -\frac{D_0(z)}{D_2(z)}, \; D_3^1(z) = -\frac{D_1(z)}{D_3(z)}.$$

Величины A_j^i являются парциальными волнами (верхний индекс — изотопический, а нижний — орбитальный). В двухчастичном приближении условие унитарности для $A_j^i(z)$ имеет вид

$$\mathrm{Im}\, A_j^i(z + i0) = k(z)\,|A_j^i(z)|^2, \; z > 1. \tag{28}$$

В этой работе не будем заниматься анализом системы уравнений (23) — (28), а рассмотрим лишь некоторые следствия, вытекающие из нее. Следует заметить, что в то время как в s- и d-волнах пороговое поведение учитывается уравнениями автоматически, для p-волны мы вынуждены налагать условие обращения в нуль на пороге.

7. Вклад f^0-мезона в ρ-мезон

В этом разделе грубо оценим, насколько изменяется по сравнению с s- и p-приближением ширина ρ-мезона при включении f^0-мезона. Поэтому в уравнениях (23) опускаем все высшие парциальные волны, исключая $A_2^0(z)$.

Как замечено в работе [9], при не очень больших z для каждого из падающих как $1/z^\alpha$ степенных решений существует весьма близкое к нему (в интересующей нас области) решение с логарифмической асимптотикой. В этой же работе показано [9], что для решений со степенной асимптотикой в области малых констант связи хорошим приближением в области низких энергий является δ-аппроксимация. Этим фактом мы и воспользуемся для оценки влияния f^0-мезона на ρ-мезон.

Положим

$$\mathrm{Im}\, A_l^I(z) = \pi\Gamma_l^I\,\delta(z - z_l^I) \quad \begin{matrix} I \\ l \end{matrix} = \begin{matrix} 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \end{matrix} \tag{29}$$

и рассмотрим условие обращения p-волны в нуль на пороге:

$$\frac{\Gamma_1^1}{z_1^1 - 1} - \frac{\Gamma_0^0}{9(z_0^0 + 1)} - \frac{D_2^0(z_2^0)\,\Gamma_2^0}{9(z_2^0 + 1)} + \frac{\Gamma_1^1}{2(z_1^1 + 1)} = 0. \tag{30}$$

По сравнению со случаем учета только s- и p-волн значение Γ_1^1 изменилось на величину

$$\Delta\Gamma_1^1 = \frac{2}{9}\left(\frac{z_1^{12} - 1}{3z_1^1 + 1}\right)\frac{D_2^0(z_2^0)\,\Gamma_2^0}{z_2^0 + 1}. \tag{31}$$

Параметры z_2^0, z_1^1, Γ_2^0 будем брать из эксперимента: $z_1^1 = 13{,}9$, $z_2^0 = 42$, $\Gamma_2^0 = 1{,}59 \div 1{,}99$.

В случае отображения всей плоскости на внутренность единичного круга $D_2^0(z_2^0) = 7{,}38$ $\quad (\omega = (\sqrt{\alpha} - \sqrt{\alpha + x}) \, / \, (\sqrt{\alpha} + \sqrt{\alpha + x})$, где $\alpha = 8(z+1))$. Для этих значений параметров $\Delta\Gamma_1 = 28{,}7$ *Мэв* при $\Gamma_2^0 = 1{,}5$ и $\Delta\Gamma_1^1 = 35{,}9$ *Мэв* при $\Gamma_2^0 = 1{,}99$.

Здесь мы привели грубые оценки влияния f^0-мезона. При корректном исследовании δ-приближения может оказаться, что приведенные цифры завышены и лишь качественно отражают влияние f^0-мезона на ширину ρ-мезона.

Заключение

В этой работе мы исходим из спектрального представления с $x = tu = \mathrm{const}$. Те же результаты при дифференциальном подходе можно получить, используя спектральное представление с $stu = \mathrm{const}$. Но, в отличие от $tu = \mathrm{const}$, при $stu = \mathrm{const}$ ряд Лежандра для мнимой части сходится в некоторой области s при всех s' (s — энергия налетающих частиц в с.ц.м., s' — переменная интегрирования), что позволяет в этой области s получать уравнения для парциальных волн интегрированием спектрального представления с полиномом Лежандра.

Учет f^0-мезона, т. е. учет высшей волны, расширил допустимое значение ширины ρ-мезона. Однако эта величина еще по-прежнему меньше экспериментальной. К дальнейшему увеличению ширины ρ-мезона приведет учет неупругих вкладов в двухчастичном условии унитарности.

Авторы благодарны Д. В. Ширкову за полезные дискуссии и постоянный интерес к работе, а также В. А. Мещерякову и В. В. Серебрякову, прочитавшим рукопись и высказавшим свои замечания.

Литература

[1] А. В. Ефремов, Д. В. Ширков. ЖЭТФ, **42**, 1344, 1962.
[2] Я. Фишер, С. Чулли. ЖЭТФ, 41, 256, 1961.
[3] A. V. Efremov, V. Meshcheryakov, D. V. Shirkov, H. Y. Tzu. Nucl. Phys., **22**, 202, 1960.
[4] Хэ Цзо-сю, Сянь Дин-чэн, В. Целлнер. ЖЭТФ, **39**, 1668, 1960.
[5] V. V. Serebryakov, D. V. Shirkov. Forschr. Phys., **H6**, 227—276, 1965.
[6] А. В. Ефремов, Чжу Хун-юань, Д. В. Ширков. ЖЭТФ, **41**, 603, 1961.
[7] И. И. Орлов, Ю. В. Парфенов. Препринт МИ СО АН СССР, 1966.
[8] D. Atkinson. Nuovo Cim., **30**, 551—561, 1963.
[9] В. В. Серебряков, Д. В. Ширков. ЖЭТФ, **42**, 610, 1962.

HIGHER PARTIAL WAVES IN LOW ENERGY $\pi\pi$-SCATTERING

I. I. ORLOV, Yu. V. PARFENOV

Equations for the s, p, d and f waves in the low energy $\pi\pi$-scattering are obtained in the framework of the differential method. To this aim the spectral representation for the amplitude is obtained with $x = tu$ as a fixed parameter. Application of the conformal mapping is discussed. In case of charged particles the ρ-meson width may increase by 30—35 MeV with the f^0-meson taken into account.