Парфенов

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

Том VI

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

2

МОСКВА · 1967

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА
JOURNAL OF NUCLEAR PHYSICS
т. 6, вып. 2, 1967

НЕКОТОРЫЕ РЕЗОНАНСНЫЕ РЕШЕНИЯ ДЛЯ ВЫСШИХ ПАРЦИАЛЬНЫХ ВОЛН В ЗАДАЧЕ $\pi\pi$-РАССЕЯНИЯ

И. И. ОРЛОВ, Ю. В. ПАРФЕНОВ

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ СО АН СССР

(Поступила в редакцию 10 декабря 1966 г.)

В резонансном приближении анализируются уравнения $\pi\pi$-рассеяния с учетом высших волн. Учет f^0-мезона не меняет ширины ρ-мезона по сравнению с sp-приближением, но приводит к существенному сужению σ-мезона. Получено ограничение на положение f^0-мезона, согласующееся с экспериментом.

1. Введение

В работах [1, 2] исследовались уравнения $\pi\pi$-рассеяния при учете только s- и p-волн на основе дифференциального метода. Исследования показали, что ширина ρ-мезона (p-волна) Γ_ρ не больше 40 *Мэв*. Этот факт плохо согласуется с существующими экспериментальными данными. Высказывалось предположение, что учет f^0-мезона поднимет теоретическую границу Γ_ρ до 60 *Мэв* [3]. В этой работе мы проанализируем резонансные решения уравнений для $\pi\pi$-рассеяния с учетом высших волн, полученных в работе [4].

2. Уравнения для высших парциальных волн

В работе [4] был предложен метод получения уравнений в дифференциальном подходе с учетом высших парциальных волн. Метод основан на одномерных спектральных представлениях, полученных из двойных представлений Мандельстама при фиксировании переменной $x = tu$. Указанные спектральные представления имеют вид

$$B^i(z, x) = \frac{1}{\pi}\int_1^\infty dz' \frac{\operatorname{Im} B^i(z', x)}{z' - z} + \frac{b_{ij}}{\pi}\int_{1+x/8} dz' \frac{m_i n_j \operatorname{Im} B^j(\tilde{z}, \tilde{x})}{z' + z}, \tag{1}$$

где $i, j = 0, 1, 2$, а b_{ij} — обычная изотопическая матрица кроссинг-симметрии [1];

$$m_0 = m_2 = n_0 = n_2 = 1, \quad m_1 = \Omega^{-1}, \quad n_1 = \varkappa,$$

$$\Omega^2 = \left[1 - \frac{x}{(z'+1)^2}\right], \quad \varkappa = \frac{2(z'-1) + (z'+1)(1-\Omega)}{2(z'-1) - (z'+1)(1-\Omega)}$$

$$\tilde{z} = \frac{1}{2}(z'-1) + \frac{1}{2}\sqrt{(z'+1)^2 - x}, \qquad \tilde{x} = -2(z'^2 - 1)(1 - \Omega),$$

$$B^{0,2}(z, x) = A^{0,2}(z, x), \quad A^1(z, x) = \cos\theta B^1(z, x);$$

$A^i(z, x)$ — обычные изотопические амплитуды, а θ — угол рассеяния в с.ц.и.

Далее, ограничиваясь волнами s, p, d и f и используя обычное [5] дифференциальное приближение в соотношениях (1), получаем спектральные представления для комбинации парциальных волн:

$$W^i(z)=\frac{1}{\pi}\int_1^\infty dz'\frac{\operatorname{Im}W^i(z')}{z'-z}+\frac{b_{ij}}{\pi}\int_1^\infty dz'\frac{\operatorname{Im}W^j(z')}{z'+z},$$

$$\begin{aligned}W_i(z)=&\frac{(z-1)^2}{\pi}\int_1^\infty dz'\frac{\operatorname{Im}W_i(z')}{(z'-1)^2(z'-z)}-\frac{b_{ij}(z-1)^2}{\pi}\int_1^\infty dz'\frac{r_ip_j\operatorname{Im}W_j(z')}{(z'^2-1)(z'+z)}-\\&-\frac{b_{i1}(z-1)^2}{35\pi}\int_1^\infty dz'\frac{r_ip_1\operatorname{Im}W^1(z')}{(z'^2-1)(z'+z)}+\\&+\frac{b_{ij}(z-1)^2}{30\pi}\int_1^\infty dz'\frac{r_ip_j\operatorname{Im}W^j(z')}{(z'+1)(z'+z)}\left[\frac{1}{z'+z}+(-1)^i\frac{1}{z'+1}\right],\end{aligned}\tag{2}$$

где

$$p_2=r_0=r_2=p_0=p_2=1,\quad r_1={}^3/_7,\quad p_1={}^7/_3,$$

$$W^{0,2}(z)=A_0^{0,2}(z)+5A_2^{0,2}(z),\quad W^1(z)=3A_1^1(z)+7A_3^1(z),$$

$$W_{0,2}(z)=A_2^{0,2}(z),\quad W_1(z)=A_3^1(z).$$

Из соотношений (2) следует, что A_1^1 и A_3^1 не обладают автоматически правильным пороговым поведением, поэтому требуется выполнение следующих дополнительных условий:

$$\frac{1}{\pi}\int_1^\infty dz'\frac{\operatorname{Im}W^1(z')}{z'-1}+\frac{b_{ij}}{\pi}\int_1^\infty dz'\frac{\operatorname{Im}W^j(z')}{z'+1}=0,\tag{3}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{\pi}\int_1^\infty dz'\frac{\operatorname{Im}W_1(z')}{(z'-1)^3}-\frac{b_{1j}}{\pi}\int_1^\infty dz'\frac{r_1p_j\operatorname{Im}W_j(z')}{(z'-1)(z'+1)^2}-\\&-\frac{b_{11}}{35\pi}\int_1^\infty dz'\frac{p_1r_1\operatorname{Im}W^1(z')}{(z'-1)(z'+1)^2}=0.\end{aligned}\tag{4}$$

Условие (3) связывает интегральные вклады от мнимых частей амплитуд вперед различных изотопических каналов. Условие же (4) связывает высшие парциальные волны только с одной из низших, именно с p-волной. Последнее является специфическим свойством спектрального представления для $W_1(z)$, в котором перед интегралом, содержащим s-волны, появляется дополнительный множитель $(z-1)$.

Аналогично работе [1] определим параметр λ (константу связи) в точке симметрии $z=0$:

$$\frac{1}{\pi}\int_1\frac{dz'}{z'}[W^0(z')-W^2(z')]+\frac{(b_{0j}-b_{2j})}{\pi}\int_1^\infty\frac{dz'}{z'}\operatorname{Im}W^j(z')=3\lambda.\tag{5}$$

Дальнейшие рассмотрения справедливы при малых значениях константы λ.

3. Резонансное приближение

В данном разделе рассматриваются те физические следствия, к которым приводит учет высших парциальных волн. Анализ будет проводиться в рамках «δ-приближения». Для этого положим

$$\operatorname{Im}A_j^i(z)=\lambda a_j^i\delta(z_j^i-z),\tag{6}$$

где z — переменная, связанная с энергией налетающих частиц в с.ц.и. $(s = 2z + 2)$.

Прежде всего рассмотрим случай, когда имеются только s- и d-волны с $I = 0$ и p-волна с $I = 1$. Подставив (6) в (3) — (5), получаем соотношения между ширинами и положениями резонансов. Эти соотношения принимают простой вид при условии $z_j^i \gg 1$:

$$\gamma_0^0 = 4{,}5 - 0{,}5\left(\frac{z_2^0}{z_1^1}\right)^2, \quad \gamma_1^1 = {}^1/_3, \quad \gamma_2^0 = 0{,}1\left(\frac{z_2^0}{z_1^1}\right)^2, \tag{7}$$

где

$$\gamma_j^i = \frac{a_j^i}{(z_j^i - 1)}.$$

Формулы (7) правильно передают основные свойства резонансных решений, а в таблице приводятся результаты численного счета. Видно, что из условия $\gamma_0^0 > 0$ следует ограничение на взаимное положение f^0- и ρ-мезонов $(E_2^0 \leqslant 1330\ Мэв, E_1^1 = 765\ Мэв)$.

z_2^0, *Мэв* / z_0^0, *Мэв*	Γ_0^0/λ, *Мэв*	Γ_1^1/λ, *Мэв*	Γ_2^0/λ, *Мэв*	a_0/λ	a_2/λ	Γ_1^1 / Γ_2^0
1270 / 765	560	218	890	5,09	1,84	0,246
1270 / 656	480	218	890	5,14	1,84	0,246
1210 / 765	1060	218	674	5,10	1,81	0,324
1210 / 656	1125	215	674	5,72	1,92	0,320

По сравнению с работой [1] учет f^0-мезона приводит к существенно меньшим значениям s-волн. Для ширины ρ-мезона численные результаты совпадают с результатами работы [2]. Длины рассеяния a_0 и a_2 практически не изменились [2]. Однако эти величины (a_0, a_2 и Γ_1^1) получены при существенно меньших s-волнах (γ_0^0). Но значение $\gamma_0^0 + 5\gamma_2^0 = 4{,}59$, взятое из таблицы, совпадает с соответствующим значением γ_0^0 из работы [2] (равное 4,59). Это означает, что ширина ρ-мезона определяется не отдельными парциальными волнами (в частности, волной с $I = 0$), а амплитудой вперед, т. е. полным сечением в канале с $I = 0$. Этот факт следует из условий (3) и (5), которые связывают интегралы от полных сечений. Условие (4) налагает ограничение на взаимные положения f^0- и ρ-мезонов (см. выше).

Экспериментальное значение отношения ширин ρ- и f^0-мезонов лежит в пределах [6] $0{,}7 \leqslant \Gamma_1^1 / \Gamma_2^0 \leqslant 1{,}2$. В нашем случае это отношение не больше 0,3.

Выше мы ограничивались рассмотрением волн s, p и d, причем амплитуда с $I = 2$ полностью отбрасывалась. Нетрудно показать, что учет амплитуд с $I = 2$ приводит к уменьшению как отношения ширин, так и самих ширин f^0- и ρ-мезонов. Учет f-волны ($l = 3, I = 1$) приводит к иным следствиям. Значения ширин ρ- и f^0-мезонов в этом случае также уменьшаются, но их отношение увеличивается. Например, при $E_3^1 = 1070\ Мэв$

$$\Gamma_1^1 = \Gamma_\rho \approx \lambda \cdot 146\ Мэв, \quad \Gamma_2^0 = \Gamma_{f^0} \approx \lambda \cdot 186\ Мэв, \quad \Gamma_1^1/\Gamma_2^0 \approx 0{,}78,$$

при этом $\Gamma_3^1 \approx \lambda \cdot 256$ *Мэв*. Однако эти величины критичны к выбору значений E_3^1, поэтому трудно верить в реальность резонанса с $I = 1$ и $l = 3$.

4. Заключение

Таким образом, полученные значения ширин ρ-мезона совпадают (при одних и тех же λ) с результатами работы [2] ($\Gamma_1^1 \approx \lambda \cdot 220$ *Мэв*).

Ширина резонанса в s-волне с $I = 0$ (σ-мезон) получена существенно меньше, чем в работе [2], в которой f^0-мезон не учитывался. Так как ширина Γ_ρ определяется из соотношений, содержащих интегралы от полных сечений (условия (3) и (5)), то при учете f^0-мезона происходит перераспределение вкладов между s- и d-волнами с $I = 0$. Это и является причиной сужения σ-мезона по сравнению с работой [2].

Следуя выводам работы [2], полученным результатам можно доверять при $\lambda \leqslant 0{,}2$.

Таким образом, учет f^0-мезона не привел к увеличению ширины ρ-мезона в линейном приближении по λ. По-видимому, λ^2-поправки не приведут к значительным изменениям. Поэтому следует искать другие пути объяснения большей величины ширины ρ-мезона.

Авторы благодарят Д. В. Ширкова за постоянный интерес к работе и В. В. Серебрякова за полезные обсуждения.

Литература

[1] В. В. Серебряков, Д. В. Ширков. ЖЭТФ, 42, 610, 1962.
[2] V. V. Serebryakov, D. V. Shirkov. Forschr. Phys., H6, 227, 1965.
[3] D. V. Shirkov. High Energy Physics and elementary particles, Vienna, 1965.
[4] И. И. Орлов, Ю. В. Парфенов. ЯФ, 5, *5*, 1967.
[5] А. В. Ефремов, Д. В. Ширков. ЖЭТФ, 42, 1344, 1962.
[6] В. М. Шехтер. Резонансные состояния элементарных частиц, ВИНИТИ, 1965.

SOME RESONANCE SOLUTIONS FOR HIGHER PARTIAL WAVES IN THE $\pi\pi$-SCATTERING

I. I. ORLOV, Yu. V. PARFENOV

The equations for the $\pi\pi$-scattering are analysed in the resonance approach taking the higher partial waves into account. The account of the f^0-meson does not change the width of the ρ-meson as compared with the sp-approach but results in the considerable narrowing of the σ-meson. A limit on the position of the f^0-meson is obtained in agreement with the experiment.