

ВП

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ЯДЕРНАЯ
ФИЗИКА

Том 21

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

2

МОСКВА · 1975

d -ВОЛНА $\pi\pi$ -РАССЕЯНИЯ В ОБЛАСТИ НИЗКИХ ЭНЕРГИЙ

А. Н. ВАЛД, Ю. В. ПАРФЕНОВ

ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

(Поступила в редакцию 5 мая 1974 г.)

На основе низкоэнергетической дисперсионной модели получено простое описание d -волны в $\pi\pi$ -рассеянии. Показано, что учет всех резонансов, лежащих на ρ -траектории, находится в прекрасном согласии с низкоэнергетическими предположениями.

1. Рассмотрение процессов рассеяния в дисперсионном подходе при низких энергиях имеет две характерные черты. Во-первых, оказывается, что удовлетворительное описание низкоэнергетических взаимодействий невозможно без введения информации о взаимодействии при высоких энергиях [1, 2]. Во-вторых, получаемые в дисперсионных подходах решения содержат произвольные параметры, для определения которых необходимо иметь некоторую информацию.

Тесная связь между низкоэнергетическими характеристиками и высокоэнергетической редже-параметризацией амплитуд естественно возникает в дуальных моделях. Однако простейшая реализация таких связей [3] не определяет как парциальных ширин резонансов, так и энергетического поведения парциальных каналов реакций. Более содержательную модель можно предложить на основе построения парциальных амплитуд, где высокоэнергетические вклады учитываются как фон в дисперсионных соотношениях, свойства которого определяются принципом его дуальности к дифракционному рассеянию [4]. Для низших парциальных волн первое удовлетворительное описание предложено в [5], где показано также, что высокоэнергетическая интерпретация фоновых членов хорошо согласуется со строгими низкоэнергетическими условиями Роскиса [6] и неравенствами Мартина [7].

Обязательное введение фоновых членов, а также наличие произвола в решениях дисперсионных уравнений приводит к заключению, что дисперсионные модели представляют собой способ унитаризации разложений в околопороговой области. Такой подход реализован на примере описания s - и p -волн $\pi\pi$ -рассеяния в работе [8]. В настоящей работе этим методом исследуется d -волна в $\pi\pi$ -рассеянии с изоспином $I=0$.

Одним из эффективных способов построения амплитуды в околопороговой области является представление Грибова — Фруассара. Учет лишь ρ -обменного вклада в этом представлении дает значение длины рассеяния $a_2^0 \sim 1,2 \cdot 10^{-3} m_\pi^{-1}$ в сравнении с общепринятым экспериментальным значением $a_2^0 \sim 1,6 \cdot 10^{-3} \div 1,8 \cdot 10^{-3} m_\pi^{-1}$. Легко убедиться в том, что учет следующего резонанса на ρ -траектории приводит к пренебрежимо малым поправкам в длину рассеяния. В работе [9] показано, что недостающий вклад обусловлен высокоэнергетическим поведением амплитуды.

Другой способ описания амплитуд в околопороговой области связан с рассмотрением существенно нелинейных лагранжианов. Значительному

прогрессу в этом направлении способствовало развитие техники суммирования диаграмм с помощью суперпропагаторного метода. Первые интересные результаты в этой области были получены Леманом [10-13] при рассмотрении s - и p -волн в $\pi\pi$ -рассеянии в однопетлевом приближении. Таким образом, с помощью модели эффективного радиуса удалось получить удовлетворительное описание энергетического хода фаз. Далее Хонеркамп и Эккер [14] предложили ковариантный относительно группы $SU(2) \times SU(2)$ метод вычисления суперпропагатора, и таким путем удалось фиксировать константы перенормировки независимо от выбора кирально-симметричного лагранжиана в той или иной форме. Наконец, Волкову и Первушину [15] удалось обобщить указанную технику на случай конечной массы пионов и исследовать влияние всех барионных вкладов в $\pi\pi$ -амплитуду.

Замечательным оказался очень большой вклад нуклонов и остальных барионов. На наш взгляд, это проявление незамкнутости области низких энергий, аналогично тому как сказывается влияние высокоэнергетической подкладки в низкоэнергетических уравнениях.

В связи с этим следует отметить интересную работу Серебрякова [16] по низкоэнергетическому $\pi\pi$ -рассеянию. В этой работе, основываясь на кроссинг-симметричном разложении амплитуды рассеяния в симметричной точке $s=t=u=4/3\mu^2$, неравенствах Мартина и условиях Роскеса, а также на малости длины рассеяния d -волны с изоспином $I=2$, автор показал, что не существует решений, удовлетворяющих этим условиям без учета вклада d -волны изотопического канала $I=0$, которая в данном случае играет роль высокоэнергетического вклада.

С этой точки зрения это еще раз подчеркивает, что динамика рождения резонансов в сильных взаимодействиях определяется не только обменными силами в кроссинг-каналах и низкоэнергетическими нормировками, но и интегральными вкладами от области высоких энергий.

2. Исходя из предпосылок, определенных во введении, запишем дисперсионное соотношение по энергии при фиксированной передаче t для амплитуды A^0 с $I=0$

$$A^0(z, t) = \frac{1}{\pi} \int_1^\infty \frac{\text{Im } A^0(z', t)}{z' - z} dz' - \frac{3}{2\pi} \int_1^\infty \frac{\text{Im } A^1(z', t)}{z' + z + t/2\mu^2} dz'; \quad (1)$$

здесь $z=s/2\mu^2-1$, μ — масса π -мезона, а нормировка амплитуды выбрана так, что справедливо следующее разложение по парциальным волнам:

$$A(z, t) = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \frac{e^{2i\delta_l} - 1}{2ik(z)} P_l(\cos \theta), \quad (2)$$

где $k(z) = \sqrt{(z-1)/(z+1)}$. Для выделения d -волны будем использовать дифференциальную методику и предположение доминантности парциальных волн с $l \leq 2$ в разложении (2). Тогда

$$A_2(z) = \mu^4 \frac{(z-1)^2}{15} \left. \frac{d^2 A(z, t)}{dt^2} \right|_{t=0}. \quad (3)$$

Аппроксимируя кроссинг-вклады ρ - и g -обменами, получим из (1), (3) уравнение для d -волны:

$$A(z) = (z-1)^2 \left\{ \frac{1}{\pi} \int_1^\infty \frac{\text{Im } A(z')}{(z'-z)(z'-1)^2} dz' + \sum_{n=2}^3 (-1)^n \frac{G_n}{(z+z_\rho)^n} + \sum_{n=1}^3 (-1)^n \frac{P_n}{(z+z_g)^n} \right\}, \quad (4)$$

где

$$G_2 = \frac{3}{20} [\gamma_p / (z_p - 1)], \quad G_3 = \frac{3}{40} \gamma_p, \quad P_1 = \frac{21}{8} [\gamma_g / (z_g - 1)^2],$$

$$P_2 = \frac{21}{10} [\gamma_g / (z_g - 1)], \quad P_3 = \frac{7}{40} \gamma_g, \quad (5)$$

величины γ_i связаны с полными ширинами Γ_i в *Мэв* соотношением

$$\Gamma_i = \mu^2 \gamma_i / m_i.$$

Будем искать решение уравнения (4) с наименьшим числом параметров, удовлетворяющее следующим условиям:

$$\begin{aligned} \text{а) } & \operatorname{Im} A(z) = k(z) |A(z)|^2, \quad z \geq 1, \\ \text{б) } & \lim_{z \rightarrow \infty} z A(z) = \text{const}, \\ \text{в) } & \lim_{z \rightarrow -z_p} [(z + z_p)^3 A(z) / (z - 1)^2] = -G_3, \\ \text{г) } & \lim_{z \rightarrow -z_p} \frac{d}{dz} \frac{(z + z_p)^3 A(z)}{(z - 1)^2} = G_2, \\ \text{д) } & \lim_{z \rightarrow 1} A(z) / (z - 1)^2 = a_2^0 / 4, \end{aligned} \quad (6)$$

где a_2^0 — длина рассеяния. Анализ уравнения (4) с условиями (6) показывает, что при $a_2^0 > 0$ амплитуда обладает нулем при $-z_p < z < -1$. Из уравнения (4) также следует наличие нуля при $-z_g < z < -z_p$.

3. Рассмотрим случай, когда вклад кроссинг-интегралов в (4) определяется исключительно ρ -обменом, т. е. в уравнении (4) полагаем $\gamma_g = 0$. Тогда

$$A(z) = \frac{(z - 1)^2}{(z + z_p)^3} \frac{z + z_0}{z_p - z_0} \frac{G_3}{1 - c(z + z_p) - G_3(z + z_p)^2 J(z)}, \quad (7)$$

где

$$J(z) = \frac{1}{\pi(z_p - z_0)} \int_1^\infty \frac{(z' - 1)^2 (z' + z_0)}{(z' + z_p)^5 (z' - z)} k(z') dz'. \quad (8)$$

Параметры z_0, c, G определяются условиями (6):

$$1/(z_p - z_0) = c + 2/(z_p - 1), \quad (9)$$

$$a_2^0 = \frac{3}{10} \gamma_p \frac{1}{(1 + z_p)^3} \left[\frac{z_p + 3}{z_p - 1} + (1 + z_p)c \right] \frac{1}{1 - c(z_p + 1)}. \quad (10)$$

Членом $G_3(z + z_p)^2 J(z)$ в (7) мы пренебрегли, поскольку он мал во всей интересующей нас области z . Полученное решение (7) имеет резонансный характер и модель определяется однозначно фиксированием параметров z_p, γ_p и a_2^0 .

Оставаясь в рамках модели чистой ρ -доминантности, предположим, что длина рассеяния a_2^0 определяется борновским ρ -обменным членом, а именно [8]

$$a_2^0 = \frac{2}{5} \frac{z_p + 3}{z_p - 1} \frac{\gamma_p}{(z_p + 1)^3}.$$

Подставляя это значение в (9) и (10), для z_f получим

$$z_f = (6z_p^2 + 13z_p + 9)/(z_p + 3) \approx 80;$$

при $z_p=14$ это соответствует $m_f \approx 1800$ Мэв. Ширину резонанса находим из (7):

$$\Gamma_f = \frac{3}{10} \frac{m_p}{m_f} \Gamma_p \frac{(z_f - 1)^2}{(z_f + z_p)(z_p - 1)} \approx 0,9 \Gamma_p.$$

Можно также вычислить длину рассеяния с помощью формулы Грибова — Фруассара, насыщая при этом канал с $I=1$ обменом полюсом. Это дает

$$a_2^0 = \frac{3}{5} \gamma_p \frac{z_p + 3}{z_p - 1} \frac{1}{(z_p + 1)^3}.$$

В этом случае $z_f=26$ ($m_f \approx 1000$ Мэв) и $\Gamma_f \approx 0,21 \Gamma_p$, т. е. очень узкий резонанс.

Таким образом обмен лишь ρ -мезоном обеспечивает резонанс в d -волне. Сам по себе этот факт не тривиальный, в чем можно убедиться предположив, что резонанс в d -волне обусловлен обменом g -мезоном ($m_g \approx 1670$ Мэв). Анализ решения такой модели противоречит условиям (6), т. е. решения уравнения (4) с условиями (6) в этом предположении не существует.

4. Анализ модели с учетом обмена только ρ -мезоном показал, что, объясняя качественно поведение амплитуды с $l=0$, $I=0$, эта модель дает недостаточно хорошее согласие с экспериментом. Как указывалось во введении, существенную роль играют высокоэнергетические вклады, поэтому рассмотрим модель с ρ - и g -обменами, где обмен g -резонансом выполняет роль высокоэнергетического вклада. В этом случае решение (4) будет иметь вид

$$A(z) = \frac{(z-1)^2}{(z+z_p)^3} \frac{z+z_0}{z_p-z_0} \left(\frac{z_g-z_p}{z+z_g} \frac{z+z_1}{z_1-z_p} \right)^3 \frac{G_3}{1-c(z+z_p)-G_3(z+z_p)^2 J(z)}, \quad (11)$$

где

$$J(z) = \frac{1}{\pi(z_p-z_0)} \left(\frac{z_g-z_p}{z_1-z_p} \right)^3 \int_1^\infty \frac{(z'-1)^2 (z'+z_0)(z'+z_1)^3}{(z'+z_p)^5 (z'+z_g)^3 (z'-z)} k(z') dz'.$$

Как и в предыдущем случае, выполняем условия (6): считая заданными $z_p=14$ (~ 765 Мэв), $z_f=41$ (~ 1270 Мэв), $z_g=72$ (~ 1670 Мэв), получаем значения z_0 и z_1 . Ширина Γ_f вычисляется из (11). Результаты расчетов при-

Вычисленные значения b_2 и c_2 для заданных значений a_2^0 и Γ_p

	$\Gamma_p = 120$	115	110
	$a_2^0 = 1,8$	1,7	1,6
$b_2 \cdot 10^5$	-4,6	-4,9	-5,2
$c_2 \cdot 10^5$	0,28	0,29	0,3
Γ_f	$\sim 1,1 \Gamma_p$	$\sim 1,1 \Gamma_p$	$\sim 1,1 \Gamma_p$

ведены в таблице. Для значений a_2^0 и Γ_p в таблице получены $z_0=9,1$, $z_1=49,4$, $\Gamma_f \approx 1,1 \Gamma_p$. В таблице также приведены параметры, вычисленные на основе нашего решения [9],

$$b_2 = 2 \lim_{z \rightarrow 1} \frac{d}{dz} \frac{A(z)}{(z-1)^2}, \quad c_2 = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{d^2}{dz^2} \frac{A(z)}{(z-1)^2},$$

значения которых, полученные в работе [9] с помощью формулы Грибова — Фруассара и учета высокоэнергетических вкладов, изменяются в пределах

$$b_2 = -(0,7 \div 1,2) \cdot 10^{-4}, \quad c_2 = (0,26 \div 0,45) \cdot 10^{-4}.$$

Полученные нами значения b_2 меньше этих примерно в 2 раза, c_2 же отличаются на порядок. Это может означать, что здесь сказывается структура высокоэнергетических вкладов. На рисунке приведена зависимость фазы от энергии, рассчитанная для $a_2^0 = 1,64 \cdot 10^{-3}$, $\Gamma_p = 130 \text{ Мэв}$ с помощью решения (11). Из рисунка видно, что полученное решение хорошо согласуется с экспериментальными данными [18].

5. Логическим продолжением предложенных нами моделей была бы модель, учитывающая все резонансы, лежащие на ρ -траектории. Обсудим некоторые свойства такой модели.

Пусть положение резонанса определяется формулой

$$z_{pl} = (4l+1)z_p.$$

Это соответствует $\alpha_p(0) = 0,46$ и $\alpha'_p(0) = 0,92 \text{ Гэв}^{-2}$.

Положение нулей в амплитуде выберем следующее:

$$z_l = (4l+1)z_p - \beta z_p / (4l+1),$$

где $l=1, 2, 3, \dots$. При этих предположениях выражение для амплитуды $A(z)$ принимает вид

$$A(z) = \frac{(z-1)^2 (z+z_0)}{(z+z_p)^3 (z-z_0)} \Gamma^3 \left(\frac{z+z_p}{4z_p} + 1 \right) \Pi(z) \frac{G_3}{1-c(z+z_p) - G_3(z+z_p)^2 J(z)}, \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} \Pi(z) &= \Gamma^3 \left(1 - \frac{v_+(z_p)}{4} \right) \Gamma^3 \left(1 - \frac{v_-(z_p)}{4} \right) \times \\ &\times \Gamma^{-3} \left(1 + \frac{1-v_+(z)}{4} \right) \Gamma^{-3} \left(1 + \frac{1-v_-(z)}{4} \right), \end{aligned}$$

$$v_{\pm}(z) = -\frac{1}{2z_p} (z \pm \sqrt{z^2 + 4z_p^2 \beta}),$$

$$J(z) = \frac{1}{\pi(z_p - z_0)} \int_1^{\infty} \frac{(z'-1)^2 (z'+z_0)}{(z'+z_p)^3 (z'-z)} k(z') \Gamma^3 \left(\frac{z'+z_p}{4z_p} + 1 \right) \Pi(z') dz'.$$

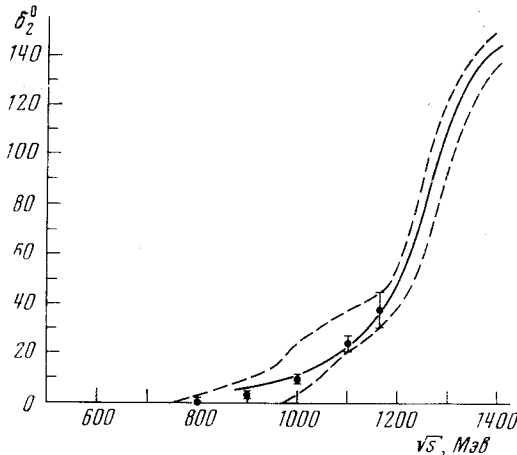
Решение (12) в терминах N/D -амплитуд соответствует реджезации N -функции и унитаризации D -функции. Характерно, что решения (11) и (12) количественно совпадают в области низких энергий, тем самым позволяя в рамках предложенного метода построить последовательно решения с $l > 2$.

Численный расчет решения (12) при $z_0=9$, $z_1=50$, как и в п. 4, приводит при $\Gamma_p=125 \text{ Мэв}$ к

$$a_2^0 \approx 1,6 \cdot 10^{-3}, \quad \Gamma_f \approx 1,1 \Gamma_p.$$

Сравнение с решением (11), учитывающим лишь ρ - и g -обмены, показывает, что включение всех резонансов, лежащих на ρ -траектории, согласовано с низкоэнергетическими предположениями нашей модели.

Авторы выражают искреннюю признательность В. В. Серебрякову за постоянную помощь и доброжелательность, а также благодарят Д. В. Ширкова, П. С. Исаева, И. И. Орлова за обсуждение настоящей работы.



Результат расчета нашей модели фазы δ_2^0 (см. (11)) — сплошная линия; пунктирные кривые — результат работы [17], точки — эксперимент [18]

Литература

- [1] G. Chew, S. Mandelstam. Phys. Rev., **119**, 467, 1960.
- [2] Д. В. Ширков, В. В. Серебряков, В. А. Мещеряков. Дисперсионные теории сильных взаимодействий при низких энергиях. «Наука», 1967.
- [3] G. Veneziano. Nuovo Cim., **57A**, 190, 1968.
- [4] D. Lichtenberg, R. Newton, E. Predazzi. Phys. Rev. Lett., **22**, 1245, 1969.
- [5] V. V. Serebryakov, D. V. Shirkov. Fortschr. Phys., **18**, 527, 1970.
- [6] R. Roskies. Nuovo Cim., **65A**, 467, 1970.
- [7] A. Martin. Nuovo Cim., **63A**, 167, 1970.
- [8] А. Н. Валл, В. С. Дедушев, В. В. Серебряков. ЯФ, **17**, 126, 1973.
- [9] F. Palou, F. Yndurain. Preprint, TH 1734 – CERN.
- [10] H. Lehman, H. Trute. Nucl. Phys., **B52**, 280, 1973.
- [11] H. Lehman. Phys. Lett., **41B**, 529, 1972.
- [12] H. Lehman. DESY-preprint 72/54, 1972.
- [13] H. Lehman. DESY-preprint 73/26, 1973.
- [14] G. Ecker, J. Honerkamp. Nucl. Phys., **B52**, 211, 1973.
- [15] V. N. Pervushin, M. N. Volkov. Preprint E2-7640, JINR, 1973.
- [16] Сборник докладов, Братислава, Треугольный семинар, Октябрь, 1973.
- [17] J. Carrol et al. Phys. Rev. Lett., **28**, 318, 1972.
- [18] S. D. Protopopescu et al. Phys. Rev., **D7**, 1279, 1973.

d -WAVE IN $\pi\pi$ SCATTERING IN LOW ENERGY REGION

A. N. VALL, Yu. V. PARFENOV

A simple description of the d wave in the $\pi\pi$ scattering is achieved in the framework of the low energy dispersion model. It is shown that taking into account all the resonances lying on the ρ trajectory gives a wonderful agreement with low energy assumptions.
